II //

1°/ Soit la fonction g: IR → IR: $x \mapsto |x^3| + 3x^2 + 1$ et C' sa courbe dans le repère R.

a) Montrer que g est une fonction paire. Interpréter géométriquement le résultat.

1°/ a) $D_g = \mathbb{R}$;

- $\forall x \in \mathbb{R}$; $-x \in \mathbb{R}$
- $g(-x) = |(-x)^3| + 3(-x)^2 + 1 = |-x^3| + 3x^2 + 1$
  $= |x^3| + 3x^2 + 1$
  $= g(x)$

g est une fonction paire
Sa courbe C' est symétrique par rapport à l'axe $(O, \vec{i})$

b) Etudier la dérivabilité de g en 0 et interpréter graphiquement les résultats obtenus

- $\lim_{x \to 0^+} \frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0^+} \frac{|x^3| + 3x^2 + 1 - 1}{x}$
  $= \lim_{x \to 0} \frac{x^3 + 3x^2}{x} = \lim_{x \to 0} \frac{x^2 + 3x}{1} = 0 = g'_d(0)$
- $\lim_{x \to 0^-} \frac{g(x) - g(0)}{x} = \lim_{x \to 0^-} \frac{-x^3 + 3x^2}{x} = \lim_{x \to 0^-} -x^2 + 3x = 0 = g'_g(0)$

Conclusion $g'_d(0) = g'_g(0) = 0$
g est dérivable en 0 et $g'(0) = 0$
C' admet au pt $I(0,1)$ une tangente horizontale.

c) Tracer a partir de la courbe (C) , la courbe (C') de g.

d) Déterminer le tableau de variation de g

c) g étant une fonction paire. C' est symétrique par rapport à $(O, \vec{j})$
il suffit donc de l'étudier sur $[0, +\infty[$
or si $x \geq 0$ $g(x) = |x^3| + 3x^2 + 1 = x^3 + 3x^2 + 1 = f(x)$
si $x \geq 0$ $g(x) = f(x)$.

2°/ Résoudre dans IR l'équation $|x^3| + 3x^2 + 1 = a$